

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014

Clasa a X-a

BAREM DE CORECTARE

- 10.1.** - Introducerea funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = -\frac{2x+2}{x^2+2x+2}$ și considerarea ecuației $f(x) = m$ 1 p.
- Cercetarea cazului $m = 0$ 1 p.
 - Determinarea mulțimii valorilor funcției f , $E(f) = [-1; 1]$ 2 p.
 - Demonstrarea inegalității $g(x) = x^4 - 8x^2 + 17 \geq 1, (\forall) x \in R$ 1 p.
 - Stabilirea punctelor de extrem local ale funcțiilor f și g 1 p.
 - Concluzie finală1 p.
- 10.2.** - Observarea soluției $(0; 0)$ 1 p.
- Introducerea notațiilor $x + y = a; x - y = b$ 1 p.
 - Obținerea relației $b^2 = \frac{3a^2}{4a^2 - 4a + 3}$ 1 p.
 - Concluzia $3a^2 \geq 4a^2 - 4a + 3$ 1 p.
 - Concluzia $a \in \{1, 2, 3\}$ 1 p.
 - Determinarea perechilor (x, y) și scrierea răspunsului corect2 p.
- 10.3.** - Obținerea relației $m(\angle BDE) = 90^\circ + \frac{1}{2}m(\angle ABC)$ 1 p.
- Obținerea relației $m(\angle AOC) = 90^\circ + \frac{1}{2}m(\angle ABC)$ 2 p.
 - Concluzia $\triangle AOC \sim \triangle ADF$ 1 p.
 - Scrierea relației $\frac{AO}{AC} = \frac{AD}{AF}$ 1 p.
 - Deducerea $\triangle OAD \sim \triangle CAF$ 1 p.
 - Concluzie finală1 p.
- 10.4.** - Notarea cu două litere, de exemplu m și n , a raportului dintre lungimea laturii triunghiului inițial și lungimea laturii triunghiului echilateral de arie 1, respectiv – a raportului lungimea laturii triunghiului de arie diferită de 1 și lungimea laturii triunghiului echilateral de arie 11 p.
- Concluzia că $m, n \in N, m > n > 1$ 1 p.
 - Considerarea ecuației $m^2 - n^2 = 2013$ 1 p.
 - Rezolvarea ecuației $m^2 - n^2 = 2013$ 2 p.
 - Ilustrarea geometrică a soluțiilor ecuației2 p.
- 10.5.** - Cercetarea cazului $a = 0$ 1 p.
- Introducerea funcțiilor $f: R \rightarrow R, f(x) = |ax - 1|$ și $g: R \rightarrow R, g(x) = ax^2 + (1 - 2a)x + 1$ 1 p.
 - Rezolvarea ecuației pentru cazul $a > 0$ 2 p.
 - Rezolvarea ecuației pentru cazul $a < 0$ 2 p.
 - Concluzie finală1 p.
- 10.6.** – Realizarea desenului și scrierea relației $\frac{\mathcal{A}_{ADE}}{\mathcal{A}_{PDE}} = 2$ 1 p.
- Obținerea relației $\frac{\mathcal{A}_{ADE}}{\mathcal{A}_{ABC}} = \frac{AE \cdot AD}{AB \cdot AC}$ 1 p.

- Obținerea relației $\frac{A_{PDE}}{A_{BCP}} = \frac{EP \cdot DP}{BP \cdot CP}$ 1 p.
 - Scrierea relației $A_{BCP} = \frac{1}{2} A_{ABC}$ 1 p.
 - Obținerea relației $\frac{A_{ADE}}{A_{PDE}} = 2 \cdot \frac{AE \cdot AD \cdot BP \cdot CP}{AB \cdot AC \cdot EP \cdot DP}$ 1 p.
 - Scrierea relațiilor $\frac{BE}{AB} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot \frac{CP}{EP} = 1$ și $\frac{CD}{AC} \cdot \frac{AE}{BE} \cdot \frac{BP}{DP} = 1$1 p.
 - Concluzie finală1 p.
- 10.7.** – Scrierea numărului $\frac{1}{p} = \overline{0, u_1 u_2 \dots u_n (abcde)}$ și notarea $u = \overline{u_1 u_2 \dots u_n}$, $v = \overline{(abcde)}$ 1 p.
- Scrierea numărului $\frac{10^n}{p} = \overline{u_1 u_2 \dots u_n} + \overline{0, (abcde)} = u + \frac{v}{10^5 - 1}$ 2 p.
 - Obținerea relației $p((10^5 - 1)u + v) = 10^n(10^5 - 1)$ 1 p.
 - Concluzia $p | 10^n$ sau $p | (10^5 - 1)$ 1 p.
 - Obținerea valorilor posibile ale lui p din mulțimea $\{2; 3; 5; 41; 271\}$1 p.
 - Obținerea răspunsului $\frac{1}{41} = 0, (02439)$ și $\frac{1}{271} = 0, (00369)$ 1 p.
- 10.8.** - Notarea numărului punctelor albe cu n și obținerea concluziei că numărul punctelor negre nu depășește C_n^3 2 p.
- Obținerea inecuației $C_n^3 + n \geq 2014$1 p.
 - Rezolvarea inecuației $C_n^3 + n \geq 2014$ și obținerea concluziei că 24 este cea mai mică soluție2 p.
 - Construirea modelului care verifică condițiile problemei și care conține 24 de puncte albe.....2 p.