

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014

Clasa a XI-a

Barem de corectare

Subiectul 11.1

A afirmat că $x_n > 1$ pentru orice $n \geq 1$	1p
A demonstrat că $x_n > 1$ pentru orice $n \geq 1$	1p
A demonstrat că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este strict crescător	1p
A argumentat că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$	1p
A aflat $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{x_n}$	2p
Răspuns corect	1p

Subiectul 11.2

A prezentat un desen corespunzător enunțului	1p
A argumentat că $[OO_1]$ este linia mijlocie a trapezului AA_1C_1C unde A_1, O_1, C_1 sînt proiecțiile punctelor A, O și corespunzător C pe planul β	2p
A obținut relațiile $AA_1 + CC_1 = 2 \cdot OO_1, BB_1 + DD_1 = 2 \cdot OO_1$	2p
A finisat corect	2p

Subiectul 11.3

A aflat corect derivata funcției	1p
A argumentat că pentru $a \leq 0$ funcția f are un singur punct critic care este punct de minim	1p
A obținut: $\max_{[-2,1]} f(x) = f(-2) = 16 - 8a + 3a^2$	1p
A argumentat pentru $a > 0$ funcția are un punct de maxim și două puncte de minim și le-a indicat	1p
A obținut pentru $a \geq 2, f(0) \geq f(-2)$ și $f(0) > f(1)$	1p
A obținut pentru $a \in (0, 2), f(-2) > f(0)$ și $f(-2) > f(1)$	1p
Răspuns corect	1p

Subiectul 11.4

A definit funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x \arctg x$ și a argumentat că este pară	1p
A aflat corect derivata de ordinul întâi și a argumentat că funcția este crescătoare pe $[0, +\infty)$	1p
A aflat corect derivata de ordinul doi și a argumentat că funcția este convexă pe $[0, +\infty)$	1p
A demonstrat inegalitatea pentru $n = 1$	1p
A obținut $\frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n} \geq 1$	2p
A finisat corect demonstrația	1p

Subiectul 11.5

A efectuat înlocuirea $e^{-x} =$, când $x \rightarrow +\infty, t \rightarrow 0$	1p
A obținut $L = \lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} + \frac{1}{t^4} \ln^2(1+t) \right]$	1p
A aflat $L = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^3 - t^2 + \ln^2(1+t)}{t^4}$	1p
A aplicat corect de trei ori regula lui L'Hospital	3p
Răspuns corect	1p

Subiectul 11.6

A demonstrat $ z = 1$	1p
A argumentat că nu există n astfel încât $z^n = 1$	
pentru n impar	2p
pentru n par	4p

Subiectul 11.7

Pentru desen corect	1p
A demonstrat că punctul B_1 se află pe O_1A_2	1p
A obținut $m(\angle B_4B_1B_2) = 2\pi - m(\angle B_4B_1O_1) - m(\angle O_1B_1O_2) - m(\angle O_2B_1B)$	1p
A arătat că $m(\angle B_4B_1B_2) = \pi + \frac{1}{2}(m(\angle B_1O_1B_4) + m(\angle B_1O_2B_2)) - m(\angle O_1A_1O_2)$	1p
A obținut: $m(\angle B_1O_1B_4) + m(\angle B_1O_2B_2) = m(\angle A_3O_1O_2) - m(\angle B_1O_1O_2) + m(\angle A_3O_2O_1) - m(\angle B_1O_2O_1)$	1p
A aflat $m(\angle B_1O_1B_4) + m(\angle B_1O_2B_2) = 2 \cdot m(\angle O_1A_1O_2) - \pi$	1p
A demonstrat $m(\angle B_1O_1B_4) = \frac{\pi}{2}$ și a indicat că analog se demonstrează pentru celelalte unghiuri ale patrulaterului $B_1B_2B_3B_4$	1p

Subiectul 11.8

A arătat că $f(1) = 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$	1p
A indicat că $C_n^k = C_n^p \Leftrightarrow k = p$ sau $n = k + p$	1p
A obținut $f(m + n) = f(m) + f(n)$ pentru orice n și m din $\mathbb{N}^*$, $m \neq n$	1p
A aflat că $f(n + 1) = f(n) + 1$, $(\forall)n > 1$	1p
A obținut $f(n + 1) = (2) + n - 1$, pentru $(\forall)n > 1$	1p
A arătat că $f(2) = 2$	1p
Răspuns corect $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = n$	1p