

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014
Clasa a VIII-a

Barem de verificare

Barem de verificare pentru problema № 8.1:

- | | |
|--|----------|
| 1) A dedus , că pentru $n = 2k$ se obține $a = (k - 1) \cdot (2k + 3)$ | 2 puncte |
| 2) A obținut $a = 7$ pentru $n = 4$ | 1 punct |
| 3) A dedus , că pentru $n = 2k + 1$ se obține $a = (2k - 1) \cdot (k + 2)$ | 2 puncte |
| 4) A obținut $a = 3$ pentru $n = 3$ | 1 punct |
| 5) Finalizare: $a = 7$ pentru $n = 4$ și $a = 3$ pentru $n = 3$ | 1 punct |

Total:	7 puncte
--------	----------

Barem de verificare pentru problema № 8.2:

- | | |
|--|----------|
| 1) A transformat relația dată și a obținut $4 \cdot 2(a + b) = (a + b + c)^2 \Rightarrow a + b \in \{2; 8; 18\}$ | 1 punct |
| 2) A studiat cazul $a + b = 2$ și a obținut numerele 202 și 112 | 2 puncte |
| 3) A studiat cazul $a + b = 8$ și a obținut numerele 800; 710; 620; 530; 440; 350; 260; 170 | 2 puncte |
| 4) A studiat cazul imposibil $a + b = 1$ | 1 punct |
| 5) Finalizare: $\overline{abc} = \{202; 112; 800; 710; 620; 530; 440; 350; 260; 170\}$ | 1 punct |

Total:	7 puncte
--------	----------

Barem de verificare pentru problema № 8.3:

- | | |
|--|----------|
| 1) A demonstrat, că $\triangle DAM$ este dreptunghic isoscel cu $m(\angle ADM) = m(\angle AMD) = 45^\circ$ | 2 puncte |
| 2) A dedus, că $AD = DE$ și $BM = EM$ | 2 puncte |
| 3) A demonstrat, că $AD = CM$ și că $ADMC$ este paralelogram | 2 puncte |
| 4) A demonstrat, că $\triangle ABC$ este isoscel | 1 punct |

Total:	7 puncte
--------	----------

Barem de verificare pentru problema № 8.4:

- | | |
|--|----------|
| 1) A aplicat formula și a obținut $(x + y + z) \left[(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \right] = 0$ | 2 puncte |
| 2) A dedus, că $x = y = z = k$ | 1 punct |
| 3) A determinat mulțimea $A = \{111; 222; 333; \dots; 999\}$ | 1 punct |
| 4) A determinat cel mai mare element al mulțimii A – numărul 999 | 1 punct |
| 5) A calculat suma elementelor mulțimii A | 1 punct |
| 6) A demonstrat, că $S = 4995:999$ | 1 punct |

Total:	7 puncte
--------	----------

Barem de verificare pentru problema № 8.5:

- 1) A scris formula $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$ 1 punct
- 2) A aplicat formula $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$ și a obținut $A = [4(a^2 + b^2 - ab)]^2$ 4 puncte
- 2) A arătat, că numărul $\sqrt{A}$ este rațional: $\sqrt{A} = 4(a^2 + b^2 - ab) \in Q$ 2 punct

Total: 7 puncte

Barem de verificare pentru problema № 8.6:

- 1) A scris ecuația din enunț în forma $0 \leq (x-2y)^2 + (2x-3y)^2 = 2 \cdot (1 - |x-y|)$ 2 puncte
- 2) A dedus, că $|x-y| \leq 1$ 1 punct
- 3) A determinat că $|x-y| \in \{0, 1\}$ 1 punct
- 4) A obținut $x = y = 1$ și/sau $x = y = -1$. 1 punct
- 5) A demonstrat, că cazul $x = y = 0$ nu are loc 1 punct
- 6) A determinat mulțimea soluțiilor $S = \{(1, 1), (-1, -1)\}$ 1 punct

Total: 7 puncte

Barem de verificare pentru problema № 8.7:

- 1) Desen corect 1 punct
- 2) A introdus punctul $F \in AC$ - simetricul lui D în raport cu punctul A 1 punct
- 3) A introdus notațiile $m(\angle DBE) = \alpha$, $m(\angle BED) = \beta$ și a dedus, că $\alpha + \beta = 90^\circ$ 1 punct
- 4) A precăutat cazul $\alpha \geq 45^\circ$ și a dedus, că $(\angle ADB) = 60^\circ$ 2 puncte
- 5) A precăutat cazul $\alpha \leq 45^\circ$ și a dedus, că $(\angle ADB) = 60^\circ$ 2 puncte

Total: 7 puncte

Barem de verificare pentru problema № 8.8:

- 1) A aflat DVA și obținut ecuația $(16-x)\left(\frac{1}{x-8} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-2}\right) = 0$ 2 puncte
- 2) A obținut soluția $x = 16$ 1 punct
- 3) A obținut ecuația $(2x-10)\left(\frac{1}{(x-8)(x-2)} + \frac{1}{(x-4)(x-6)}\right) = 0$ și soluția $x = 5$ 2 puncte
- 4) A obținut ecuația $(x-5)^2 - 1 = 4$ și soluțiile $x = 5 \pm \sqrt{5}$ 2 puncte

Total: 7 puncte

Remarcă: Problema № 8.7 poate fi rezolvată folosind elemente de trigonometrie.