

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014

Clasa a X-a, ziua a doua

- 10.5.** Determinați toate valorile parametrului real a pentru care ecuația $|ax-1|=ax^2+(1-2a)x+1$ are o unică soluție în $\mathcal{R}$.
- 10.6.** Fie P un punct interior al liniei mijlocii a triunghiul ABC , determinată de mijloacele laturilor AB și AC . Dreptele BP și CP intersectează laturile AC și AB în punctele D și E , respectiv. Demonstrați că raportul distanțelor de la punctele A și P la dreapta DE este egal cu 2.
- 10.7.** Aflați toate numerele prime p pentru care reprezentarea zecimală a numărului $\frac{1}{p}$ are perioada de 5 cifre.
- 10.8.** Colorăm 2014 puncte din plan fie cu alb, fie cu negru, astfel încât orice punct negru să fie centrul unui cerc ce trece prin trei puncte albe. Determinați numărul minim de puncte albe.

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 28 февраля – 3 марта 2014

X класс, второй день

- 10.5.** Найдите все значения действительного параметра a , чтобы уравнение $|ax-1|=ax^2+(1-2a)x+1$ имело единственное решение в $\mathcal{R}$.
- 10.6.** Пусть P – внутренняя точка средней линии треугольника ABC , с концами на сторонах AB и AC . Прямые BP и CP пересекают стороны AC и AB в точках D и E , соответственно. Докажите, что соотношение расстояний от точек A и P до прямой DE равно 2.
- 10.7.** Найдите все простые числа p для которых десятичное представление числа $\frac{1}{p}$ имеет период в пять цифр.
- 10.8.** Красим 2014 точек плоскости либо в белый цвет, либо в черный, таким образом, чтобы любая черная точка могла бы послужить центром окружности проходящей через три белые точки. Найдите минимальное число белых точек.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!