

A 59-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 27 februarie – 2 martie 2015

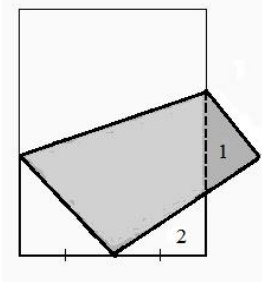
Clasa a VII-a, ziua a doua

7.5. Demonstrați că pentru orice număr natural n , numerele n și $n^2 + 6n + 12$ nu pot fi simultan cuburile a două numere naturale.

7.6. Numerele naturale $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ satisfac relațiile $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} \leq 12m$ și $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{10}^2 \leq 2M^2$, unde m și M sunt respectiv cel mai mic și cel mai mare dintre numerele $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$. Aflați valoarea lui m dacă $M = 3^{2015}$.

7.7. O foaie dreptunghiulară a fost pliată astfel, încât colțul stînga-sus coincide cu mijlocul laturii de jos (vezi desenul).

Aflați lungimile laturilor dacă triunghiurile 1 și 2 din desen sunt congruente, iar aria dreptunghiului corespunzător foi este egală cu 486 cm^2 .



7.8. Pentru care valori naturale ale lui x valoarea expresiei $\sqrt{x-41} + \sqrt{x}$ este număr natural?

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 27 февраля – 2 марта 2015

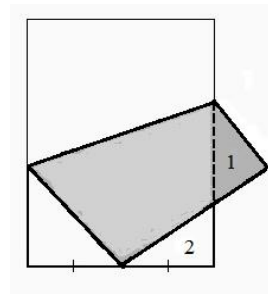
VII класс, второй день

7.5. Докажите, что для любого натурального числа n , числа n и $n^2 + 6n + 12$ не могут быть одновременно кубами двух натуральных чисел.

7.6. Натуральные числа $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ удовлетворяют соотношениям $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} \leq 12m$ и $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{10}^2 \leq 2M^2$, где m и M – соответственно наименьший и наибольший из чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$. Найдите значение m , если $M = 3^{2015}$.

7.7. Прямоугольный лист сложен таким образом, что верхний левый угол совпадает с серединой нижней стороны (см. рисунок).

Найдите длины сторон соответствующего прямоугольника, если известно, что треугольники 1 и 2 равны, а площадь прямоугольника равна 486 см^2 .



7.8. При каких натуральных значениях x значение выражения $\sqrt{x-41} + \sqrt{x}$ является натуральным числом?

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!